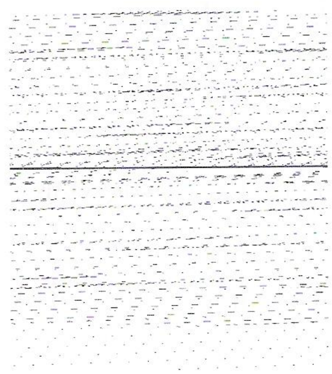
$$\int_{1-\frac{1}{2}\sqrt{3}}^{b}(-x+1)\,dx=\frac{1}{8} \quad \Rightarrow \quad -\frac{b^2}{2}+b-\frac{1}{8}=\frac{1}{8} \quad \Rightarrow \quad b=1-\frac{1}{2}\sqrt{2}=0.2929$$

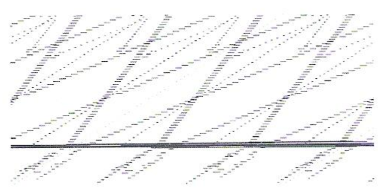
$$\int_{1-\frac{1}{2}\sqrt{2}}^{c}(-x+1)\,dx=\frac{1}{8} \quad \Rightarrow \quad -\frac{c^2}{2}+c-\frac{1}{4}=\frac{1}{8} \quad \Rightarrow \quad c=\frac{1}{2}=0.5$$

La curva de compansión debe transformar linealmente los 8 segmentos en que fue dividido *x*, en 8 segmentos igualmente espaciados, como se muestra a continuación.



Problema 11

Una señal aleatoria ergódica x(t) tiene una función de densidad de probabilidad igual a:



Esta señal es muestreada y cuantificada uniformemente ($x(nt_s) = x_q(nt_s) + e_q(nt_s)$).

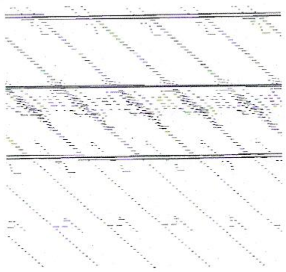
Si se utilizan 2 niveles de cuantificación, calcular:

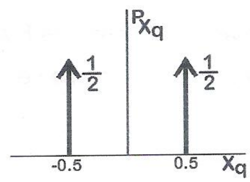
a.- La potencia del error de cuantificación ($E[\, e_q^2(nt_s)\,]$)

b.- La potencia de la señal cuantificada ($E[\, x_q^2(nt_s) \,]$)

Respuesta al problema 11

a.- Para 2 niveles, la curva de cuantificación de la señal $x(nT_s)$ es $x_q(nT_s)$ y la función de densidad de probabilidad de $x_q(nT_s)$ es Px_q, tal y como se muestra





La potencia del error de cuantificación es:

$$\overline{e_q^{\,2}(t)} = E\left[e_q^{\,2}(t)\right] = E\left[\left(x(t) - x_q(t)\right)^2\right] = \int_{-1}^{1}\left(x - x_q\right)^2 \cdot P_X(x) \cdot dx$$

$$= \int_{-1}^{0}\left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 \cdot (x+1) \cdot dx + \int_{0}^{1}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot (-x+1) \cdot dx = \mathbf{\frac{1}{12}}$$

b.- La potencia de la señal cuantificada es:

$$\overline{x_q^{\,2}(t)} = E\left[x_q^{\,2}(t)\right] = \int_{-1}^{1} x_q^{\,2} \cdot P_{Xq}(x) \cdot dx =$$

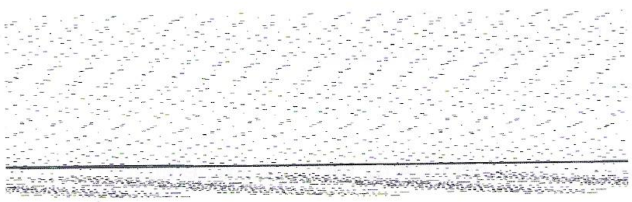
$$\overline{x_q^{\,2}(t)} = \int_{-1}^{0} x^2 \cdot \frac{1}{2}\delta\left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot dx + \int_{0}^{1} x^2 \cdot \frac{1}{2}\delta\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot dx =$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{1}{2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \quad \overline{x_q^{\,2}(t)} = \frac{1}{4}$$

Problema 12

Una señal de video tiene el siguiente espectro de potencia:



Esta señal se muestrea idealmente a f_s = 42 MHz. Determine (analítica o gráficamente) si ella puede ser recuperada, después de este muestreo, con un filtro pasabanda ideal ubicado entre 60 MHz y 66 MHz.

Respuesta al problema 12

Si una señal pasabanda cumple

$$\frac{f_L}{BW} \geq 1$$

Entonces podrá ser muestreada a una frecuencia de muestreo menor al límite de Nyquist (que en este caso sería: $f_{Nyquist} = 2f_{máx} = 2 \cdot 66MHz = 132MHz$).

Para el caso de la señal analizada esta condición se cumple ya que:

$$\frac{f_L}{BW} = \frac{60\ \text{MHz}}{6\ \text{MHz}} = 10$$

La frecuencia de muestreo fs, debe satisfacer la siguiente condición para que no haya solapamiento de espectros.

$$\frac{2 \cdot f_M}{N+1} \leq f_s \leq \frac{2 \cdot f_L}{N}$$

donde *N* es un número entero que representa la cantidad de veces que el espectro original se puede repartir entre $-f_L$ y $+f_L$. Los valores permisibles para *N* están entre 1 y (f_L / BW).

Para verificar si f_s está dentro de los valores permitidos, se buscará qué valor de *N*